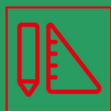


教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学5

选择性必修第一册 RJA

北京
专版

天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS



01 第一章 空间向量与立体几何

PART ONE

1.1 空间向量及其运算	001
1.1.1 空间向量及其线性运算	001
1.1.2 空间向量的数量积运算	003
1.2 空间向量基本定理	005
滚动习题(一) [范围 1.1~1.2]	007
1.3 空间向量及其运算的坐标表示	009
1.3.1 空间直角坐标系	009
1.3.2 空间向量运算的坐标表示	009
1.4 空间向量的应用	011
1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系	011
第1课时 空间中点、直线和平面的向量表示	011
第2课时 空间中直线、平面的平行	013
第3课时 空间中直线、平面的垂直	015
1.4.2 用空间向量研究距离、夹角问题	017
第1课时 用空间向量研究距离问题	017
第2课时 用空间向量研究夹角问题(一)——线线角、线面角	019
第3课时 用空间向量研究夹角问题(二)——面面角	021
滚动习题(二) [范围 1.3~1.4]	023

02 第二章 直线和圆的方程

PART TWO

2.1 直线的倾斜角与斜率	025
2.1.1 倾斜角与斜率	025
2.1.2 两条直线平行和垂直的判定	027
2.2 直线的方程	029
2.2.1 直线的点斜式方程	029
2.2.2 直线的两点式方程	031
2.2.3 直线的一般式方程	033
2.3 直线的交点坐标与距离公式	035
2.3.1 两条直线的交点坐标	035
2.3.2 两点间的距离公式	035
2.3.3 点到直线的距离公式	037
2.3.4 两条平行直线间的距离	037
滚动习题(三) [范围 2.1~2.3]	039

2.4 圆的方程	041
2.4.1 圆的标准方程	041
2.4.2 圆的一般方程	043
2.5 直线与圆、圆与圆的位置关系	045
2.5.1 直线与圆的位置关系	045
2.5.2 圆与圆的位置关系	047
滚动习题(四) [范围 2.4~2.5]	049

03 第三章 圆锥曲线的方程

PART THREE	
3.1 椭圆	051
3.1.1 椭圆及其标准方程	051
第1课时 椭圆及其标准方程	051
第2课时 轨迹问题	053
3.1.2 椭圆的简单几何性质	055
第1课时 椭圆的简单几何性质	055
第2课时 直线与椭圆的位置关系	057
滚动习题(五) [范围 3.1]	059
3.2 双曲线	062
3.2.1 双曲线及其标准方程	062
3.2.2 双曲线的简单几何性质	064
第1课时 双曲线的简单几何性质	064
第2课时 直线与双曲线的位置关系及应用	067
3.3 抛物线	069
3.3.1 抛物线及其标准方程	069
3.3.2 抛物线的简单几何性质	071
第1课时 抛物线的简单几何性质	071
第2课时 直线与抛物线的位置关系	073
滚动习题(六) [范围 3.2~3.3]	075

◆ 导学案 [单独成册 P129~P230]

◆ 参考答案 (练习册) [单独成册 P077~P128]

参考答案 (导学案) [单独成册 P231~P286]

测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第一章]	卷 01
单元素养测评卷(二) [第二章]	卷 03
单元素养测评卷(三)A [第三章]	卷 05
单元素养测评卷(三)B [第三章]	卷 07
模块素养测评卷	卷 09
参考答案	卷 11

第一章 空间向量与立体几何

1.1 空间向量及其运算

1.1.1 空间向量及其线性运算

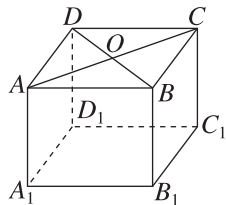
基础巩固

1. 下列命题中是假命题的是 ()

- A. 任意向量与它的相反向量都不相等
- B. 和平面向量类似,任意两个空间向量都不能比较大小
- C. 如果 $|\mathbf{a}|=0$,那么 $\mathbf{a}=\mathbf{0}$
- D. 两个相等的向量,若起点相同,则终点也相同

2. 如图,在四棱柱的上底面 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, AC 与 BD 相交于点 O ,则下列向量相等的是 ()

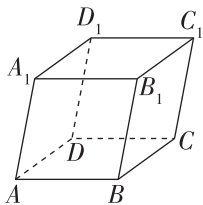
- A. $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{CB}$
- B. $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC}$
- C. $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{DB}$
- D. $\overrightarrow{DO}$ 与 $\overrightarrow{OB}$



3. [2025·北京一六—中学测试]

如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AA_1}=\quad$ ()

- A. $\overrightarrow{AC_1}$
- B. $\overrightarrow{A_1C}$
- C. $\overrightarrow{D_1B}$
- D. $\overrightarrow{DB_1}$

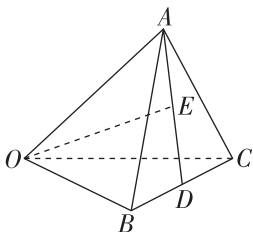


4. 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 不共线, $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}+3\mathbf{b}$, $\overrightarrow{BC}=5\mathbf{a}+3\mathbf{b}$, $\overrightarrow{CD}=-3\mathbf{a}+3\mathbf{b}$, 则 ()

- A. A, B, C 三点共线
- B. A, B, D 三点共线
- C. A, C, D 三点共线
- D. B, C, D 三点共线

5. [2025·北京北师大附属实验学校测试] 如图,在三棱锥 $O-ABC$ 中, $\overrightarrow{OA}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB}=\mathbf{b}$, $\overrightarrow{OC}=\mathbf{c}$, D 为 BC 的中点, E 为 AD 的中点, 则 $\overrightarrow{OE}$ 可用向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示为 ()

- A. $\frac{1}{2}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}+\frac{1}{2}\mathbf{c}$
- B. $\frac{1}{2}\mathbf{a}+\frac{1}{4}\mathbf{b}+\frac{1}{4}\mathbf{c}$
- C. $\frac{1}{4}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}+\frac{1}{4}\mathbf{c}$
- D. $\frac{1}{4}\mathbf{a}+\frac{1}{4}\mathbf{b}+\frac{1}{2}\mathbf{c}$



6. 若向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 不共面, 则下列选项中的三个向量不共面的是 ()

- A. $\mathbf{b}-\mathbf{c}, \mathbf{b}, \mathbf{b}+\mathbf{c}$
- B. $\mathbf{a}+\mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}$
- C. $\mathbf{a}+\mathbf{b}, \mathbf{a}-\mathbf{c}, \mathbf{c}$
- D. $\mathbf{a}-\mathbf{b}, \mathbf{a}+\mathbf{b}, \mathbf{a}$

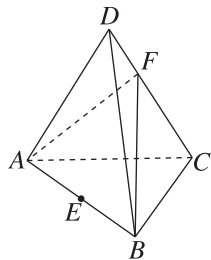
7. 已知空间向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, 化简 $\frac{1}{2}(\mathbf{a}+2\mathbf{b}-3\mathbf{c})+5(\frac{2}{3}\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}+\frac{2}{3}\mathbf{c})-3(\mathbf{a}-2\mathbf{b}+\mathbf{c})=\quad$

8. 下列说法中正确的是_____. (填序号)

- ①若点 A, B, C, D 在一条直线上, 则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 是共线向量;
- ②若点 A, B, C, D 不在一条直线上, 则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 一定不是共线向量;
- ③若向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 是共线向量, 则 A, B, C, D 四点必在一条直线上;
- ④若向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 是共线向量, 则 A, B, C 三点必在一条直线上.

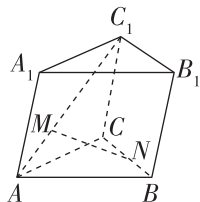
9. 如图,在三棱锥 $D-ABC$ 中, E 是棱 AB 的中点, F 在棱 CD 上, 且 $CF=2FD$. 化简下列各式, 并在图中标出化简得到的向量:

- (1) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BD}$;
- (2) $\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{BF}-\overrightarrow{AC}$;
- (3) $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$.



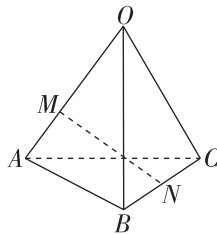
班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	

10. 如图所示,在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,点 M , N 分别在 AC_1 和 BC 上,且满足 $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{BN} = k\overrightarrow{BC}$ ($0 \leq k \leq 1$).
- (1)用向量 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{AA_1}$ 表示向量 $\overrightarrow{MN}$.
- (2)向量 $\overrightarrow{MN}$ 与向量 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AA_1}$ 是否共面?

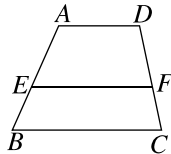


12. [2025 · 北京理工附中测试] 如图,在四面体 $OABC$ 中, $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$,点 M 在 OA 上,且满足 $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{MA}$,点 N 为 BC 的中点,则 $\overrightarrow{MN} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{2}{3}\mathbf{b} + \frac{1}{2}\mathbf{c}$
- B. $-\frac{2}{3}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} + \frac{1}{2}\mathbf{c}$
- C. $\frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} - \frac{1}{2}\mathbf{c}$
- D. $\frac{2}{3}\mathbf{a} + \frac{2}{3}\mathbf{b} - \frac{1}{2}\mathbf{c}$

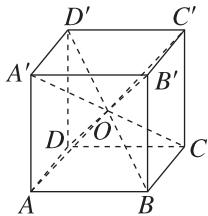


13. 在四面体 $OABC$ 中, G_1 是 $\triangle ABC$ 的重心, G 是 OG_1 上的一点,且 $OG = 3GG_1$,若 $\overrightarrow{OG} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}$,则 $2x + 4y + 2z =$ _____.
14. 在四面体 $OABC$ 中, M 为 OA 的中点, N 为 BC 的中点,若 $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{x}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{x}{3}\overrightarrow{OC}$,则使 G, M, N 三点共线的 x 的值是 _____.
15. 如图,在平面四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别在边 AB, DC 上,若 $\frac{AE}{EB} = \frac{DF}{FC} = \lambda$,则 $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{1+\lambda}\overrightarrow{AD} + \frac{\lambda}{1+\lambda}\overrightarrow{BC}$. 拓展到空间,写出空间四边形 $ABCD$ 类似的命题,并加以证明.



综合提升

11. 如图,已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的中心为 O ,则下列结论错误的是 ()



- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'}$ 是一对相反向量
- B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$ 与 $\overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{OD'}$ 是一对相反向量
- C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$ 是一对相反向量
- D. $\overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OC'}$ 是一对相反向量

1.1.2 空间向量的数量积运算

基础巩固

1. 已知 a, b, c 为空间向量, 则下列说法中正确的是 ()

A. 若 $a \cdot b = b \cdot c$, 且 $b \neq 0$, 则 $a = c$
 B. 若 $c = 2a + 3b$, 则 a, b, c 共面
 C. $(a \cdot b)c = a(b \cdot c)$
 D. 向量 a 在向量 b 上的投影向量的模一定是正数

2. 若 $|a| = 4$, a 和 b 的夹角为 60° , 则 a 在 b 上的投影向量的模为 ()

A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 4

3. 对于空间任意两个非零向量 a, b , “ $a \cdot b < 0$ ”是 “ $\langle a, b \rangle$ 为钝角”的 ()

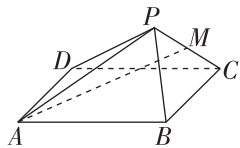
A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件

4. 已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 1, 设 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AD} = b, \overrightarrow{AA'} = c$, 则下列各式的值为 1 的有 ()

① $a \cdot (b + c)$; ② $a \cdot (a + b + c)$;
 ③ $(a + b) \cdot (b + c)$.

A. ①② B. ①③
 C. ②③ D. ①②③

5. [2025 · 北京北师大附属实验学校测试] 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, 点 M 是 PC 的中点, $AB = 3, PA = 4, \angle PAD = \angle PAB = 60^\circ$, 则 $AM =$ ()



A. $\frac{\sqrt{58}}{2}$ B. $\sqrt{58}$

C. $\frac{29}{2}$ D. 4

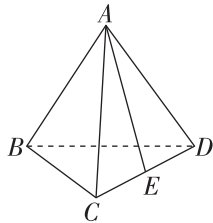
6. [2024 · 北京育才学校测试] 已知 MN 是正方体内切球(球在正方体内且与正方体的六个面都相切)的一条直径, 点 P 在正方体表面上运动, 正方体的棱长是 2, 则 $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$ 的取值范围为 ()

A. $[0, 4]$ B. $[1, 4]$
 C. $[0, 2]$ D. $[1, 2\sqrt{2}]$

7. 已知空间向量 a, b 满足 $|a| = \sqrt{13}, |b| = 5$, 且 a 与 b 夹角的余弦值为 $-\frac{9\sqrt{13}}{65}$, 则 a 在 b 上的投影向量为_____.

8. [2025 · 北京人大附中测试] 已知向量 a 满足 $|a| = 2$, 单位向量 b 满足 $|a + 2b| = 2\sqrt{3}$, 则 a, b 的夹角为_____.

9. [2026 · 大兴期中] 如图, 正四面体 $ABCD$ 的棱长为 1, $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} =$ _____.



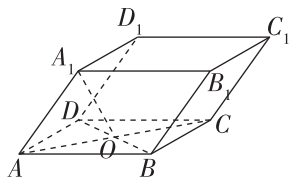
10. [2025 · 北京理工附中测试] 在正三棱锥 $P-ABC$ 中, O 是 $\triangle ABC$ 的中心, $PA = AC = 2$, 则 $\overrightarrow{PO} \cdot \overrightarrow{PB} =$ _____.

11. [2025 · 北京牛栏山一中测试] 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 4, AD = 2, AA_1 = 2\sqrt{2}, \angle BAD = 60^\circ, \angle BAA_1 = \angle DAA_1 = 45^\circ$, AC 与 BD 相交于点 O , 设 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AD} = b, \overrightarrow{AA_1} = c$.

(1) 试用向量 a, b, c 表示向量 $\overrightarrow{OA_1}$;

(2) 求 OA_1 的长;

(3) 求直线 OA_1 与直线 BC 所成的角.



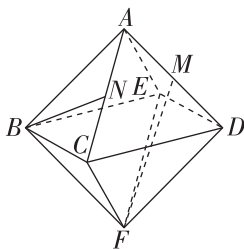
班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
12	
13	
14	
15	

综合提升

12. [2024·延庆期中] 已知正三棱锥 $S-ABC$ 的底面 ABC 的边长为 2, P 是空间中任意一点, 则 $\overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC})$ 的最小值为 ()

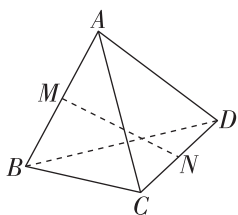
- A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{4}$

13. [2024·丰台期中] 正多面体也称柏拉图立体, 被誉为最有规律的立体结构, 是所有面都只由一种正多边形构成的多面体(各面都是全等的正多边形). 数学家已经证明世界上只存在五种柏拉图立体, 即正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体、正二十面体. 如图, 已知一个正八面体 $ABCDEF$ 的棱长为 2, M, N 分别为棱 AD, AC 的中点, 则直线 BN 和 FM 夹角的余弦值为 ()



- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{\sqrt{11}}{6}$
C. $\frac{\sqrt{21}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{6}$

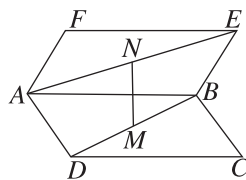
14. 在三棱锥 $O-ABC$ 中, OA, OB, OC 两两垂直, 且 $OA=1, OB=2, OC=3, G$ 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\overrightarrow{OG} \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) =$ _____.
15. [2025·北京北师大附属实验学校测试] 如图, 四面体 $ABCD$ 每条棱的长都为 2, M, N 分别是 AB, CD 上的动点, 则 MN 的最小值是 _____, 此时 $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{DB} =$ _____.



16. 如图, 在矩形 $ABCD$ 和矩形 $ABEF$ 中, $AB=4, AD=AF=3, \angle DAF = \frac{\pi}{3}, \overrightarrow{DM} = \lambda \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{AN} = \lambda \overrightarrow{AE}, 0 < \lambda < 1$, 记 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AF} = \mathbf{c}$.

(1) 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, 求 MN 与 AE 夹角的余弦值.

(2) 是否存在 λ , 使得 $MN \perp$ 平面 $ABCD$? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 请说明理由.



1.2 空间向量基本定理

基础巩固

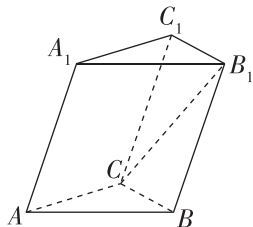
1. [2025·北京第三十五中学测试] 下列说法正确的是 ()

- A. 任何三个不共线的向量都可以构成空间的一个基底
B. 空间的基底有且仅有一个
C. 两两垂直的三个非零向量可构成空间的一个基底
D. 任一向量 p 在基底 $\{a, b, c\}$ 下的分解式与在基底 $\{e, f, g\}$ 下的分解式相同

2. [2026·北京北师大附属实验学校测试] 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 记向量 $\overrightarrow{AB} = a$, $\overrightarrow{AC} = b$, $\overrightarrow{AA_1} = c$, 则 $\overrightarrow{CB_1} =$

()

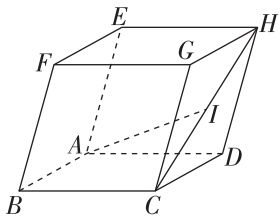
- A. $a - b + c$
B. $a - b - c$
C. $a + b - c$
D. $a + b + c$



3. [2024·北京顺义一中测试] 已知 $\{a, b, c\}$ 是空间的一个基底, 则在下列向量中, 与向量 $a + b$, $a - b$ 一定可以构成空间的另一个基底的是 ()

- A. a B. b
C. c D. $2a - 3b$

4. [2025·丰台期中] 如图, 在平行六面体 $ABCD-EFGH$ 中, $\overrightarrow{AB} = a$, $\overrightarrow{AD} = b$, $\overrightarrow{AE} = c$, I 为线段 CH 的中点, 则 $\overrightarrow{AI}$ 可用 a, b, c 表示为 ()



- A. $-\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + c$ B. $\frac{1}{2}a + b + \frac{1}{2}c$
C. $-\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b + c$ D. $\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b + c$

5. 已知 $\{e_1, e_2, e_3\}$ 是空间的一个基底, 向量 $a = e_1 + e_2 + e_3$, $b = e_1 + e_2 - e_3$, $c = e_1 - e_2 + e_3$, $d = e_1 + 2e_2 + 3e_3$, 若 $d = xa + yb + zc$, 则 x, y, z 的值分别为 ()

- A. $\frac{5}{2}, -1, -\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{2}, 1, \frac{1}{2}$
C. $-\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$

6. 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 各条棱的长都相等, 且 $\angle BAA_1 = \angle CAA_1 = 60^\circ$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$
C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

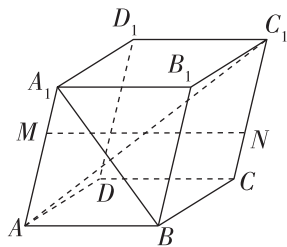
7. [2024·丰台期末] 已知在三棱锥 $O-ABC$ 中, G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 若 $\overrightarrow{OG} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}$, 则 $x + y - z =$ _____.

8. 已知 $\{a, b, c\}$ 是空间的一个单位正交基底, 向量 $p = a - 2b - 4c$, $\{a + b, a - b, c\}$ 是空间的另一个基底, 则用基底 $\{a + b, a - b, c\}$ 表示向量 $p =$ _____.

9. [2025·北京八十中测试] 如图, 在底面 $ABCD$ 为菱形的平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别在棱 AA_1, CC_1 上, 且 $A_1M = \frac{1}{3}AA_1$, $CN = \frac{1}{3}CC_1$, $\angle A_1AD = \angle A_1AB = \angle DAB = 60^\circ$.

(1) 用向量 $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$ 表示向量 $\overrightarrow{MN}$;

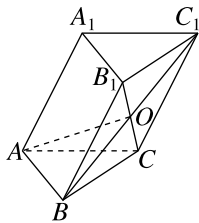
(2) 证明: 当 $\frac{AA_1}{AB} = 1$ 时, $AC_1 \perp A_1B$.



班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

10. 如图,在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$, $\angle BAA_1 = \frac{2}{3}\pi$, $\angle CAA_1 = \frac{\pi}{3}$, $AB = AC = 1$, $AA_1 = 2$, 点 O 是 B_1C 与 BC_1 的交点.

- (1) 用向量 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AA_1}$ 表示向量 $\overrightarrow{AO}$;
 (2) 求异面直线 AO 与 BC 所成角的余弦值.



12. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别在棱 BB_1 和 DD_1 上, 且 $DF = \frac{1}{2}DD_1$. 记

$$\overrightarrow{EF} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} + z\overrightarrow{AA_1}, \text{ 若 } x + y + z = \frac{1}{4},$$

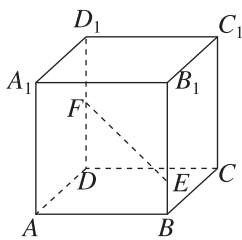
$$\text{则 } \frac{BE}{BB_1} = \quad (\quad)$$

A. $\frac{1}{2}$

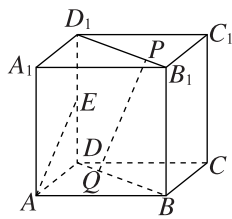
B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{6}$



第 12 题图



第 13 题图

13. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是棱 D_1D 的中点, P, Q 分别为线段 B_1D_1, BD 上的点, 且 $3B_1P = PD_1$, 若 $PQ \perp AE$, $\overrightarrow{BD} = \lambda \overrightarrow{DQ}$, 则 λ 的值为 $(\quad)$

A. 3

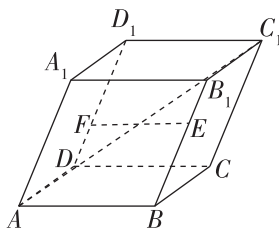
B. 4

C. -3

D. -4

14. [2026 · 北京运河中学测试] 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 若动点 P 在线段 BD_1 上运动, 则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{DC}$ 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. [2025 · 北京理工附中测试] 如图, 平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的所有棱长均为 2, AB, AD, AA_1 两两的夹角均为 $\frac{\pi}{3}$, 点 E, F 分别在棱 BB_1, DD_1 上, 且 $BE = 2B_1E, D_1F = 2DF$, 则 $|\overrightarrow{EF}| = \underline{\hspace{2cm}}$, 直线 AC_1 与 EF 所成角的余弦值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



综合提升

11. [2025 · 北京第五中学测试] 已知 $\{a, b, c\}$ 为空间的一个基底, 则下列向量中能构成空间的另一个基底的是 $(\quad)$

A. $a+b, b-c, a+c$

B. $-a+b+2c, b+c, a+b$

C. $a+2b, a+2c, a+b+c$

D. $a+c, a-b, b-c$

滚动习题(一)

范围 1.1~1.2

(时间:45 分钟 分值:100 分)

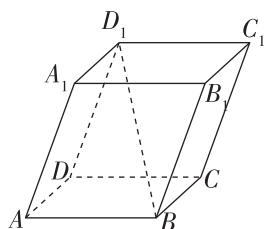
一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. [2025·北京北师大附属实验学校测试] 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,化简 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1} =$ ()

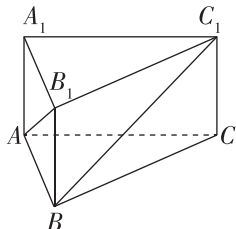
A. $\overrightarrow{CB_1}$ B. $\overrightarrow{BC_1}$
C. $\overrightarrow{CA_1}$ D. $\overrightarrow{AC_1}$

2. [2025·北京交大附中测试] 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}, \overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}, \overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$,则 $\overrightarrow{BD_1} =$ ()

A. $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}$ B. $\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$
C. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$ D. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$



第 2 题图



第 3 题图

3. [2026·朝阳期末] 如图,在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=2, AA_1=1$,则 $\overrightarrow{AB_1} \cdot \overrightarrow{BC_1} =$ ()

A. -3 B. -1
C. 0 D. 1

4. 已知空间四点 O, A, B, C ,若 $\{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\}$ 是空间的一个基底,则下列说法不正确的是 ()

A. O, A, B, C 四点不共线
B. O, A, B, C 四点共面,但不共线
C. O, A, B, C 四点不共面
D. O, A, B, C 四点中任意三点不共线

5. [2025·海淀期末] 在三棱锥 $O-ABC$ 中, M, N 分别在棱 AB, OC 上,若 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ON}=\overrightarrow{NC}, \overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}, \overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}, \overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$,则 $\overrightarrow{NM} =$ ()

A. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$ B. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$
C. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$ D. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a})$

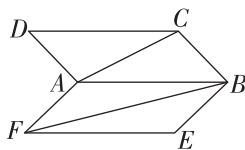
6. A, B, C, D 是空间不共面的四点,且满足 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}=0, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}=0, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}=0$,若 M 为 BC 的中点,则 $\triangle AMD$ 的形状是 ()

A. 钝角三角形 B. 锐角三角形
C. 直角三角形 D. 不确定

7. 已知点 D 在 $\triangle ABC$ 确定的平面内, O 是平面 ABC 外任意一点,且满足 $\overrightarrow{OD}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}(x, y \in \mathbf{R})$,则 x^2+y^2 的最小值为 ()

A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. 1 D. 2

8. [2026·北京人大附中测试] 如图,已知四边形 $ABCD, ABEF$ 均为矩形,且 $AB=2BC=2AF$,二面角 $C-AB-F$ 的大小为 60° ,则异面直线 AC 与 BF 所成角的余弦值为 ()



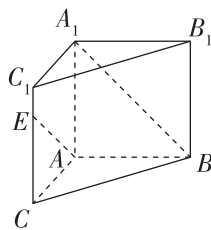
A. $\frac{7}{20}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{7}{10}$ D. $\frac{3}{5}$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

9. [2026·北京农大附中测试] 已知 $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 为空间的一个基底,且 $\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2+6\boldsymbol{e}_3, \boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}_1+x\boldsymbol{e}_2-3\boldsymbol{e}_3$,若 $\boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{b}$,则实数 $x =$ _____.

10. [2024·北京陈经纶中学测试] 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 E 为上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心,若 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AA_1}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$,则 $x =$ _____, $y =$ _____.

11. 如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC=90^\circ, AA_1=A_1B_1=A_1C_1=4$,点 E 是棱 CC_1 上一点,若异面直线 A_1B 与 AE 所成角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{2}}{10}$,则 C_1E 的长为 _____.

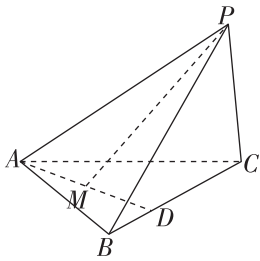


12. [2025·北京北师大附属实验学校测试] 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB \perp BC, PA \perp$ 平面 $ABC, AE \perp PB$ 于点 E, M 是 AC 的中点, $PB=1$,则 $\overrightarrow{EP} \cdot \overrightarrow{EM}$ 的最小值为 _____.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

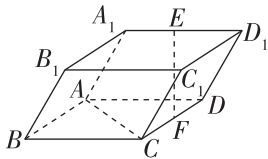
三、解答题(本大题共 3 小题,共 40 分)

13. (13 分)[2025·北京东直门中学测试] 如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中,点 D 为棱 BC 上一点,且 $CD=2BD$,点 M 为线段 AD 的中点.
- (1) 以 $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AP}\}$ 为一个基底表示向量 $\overrightarrow{PM}$;
- (2) 若 $AB=AC=3, AP=4, \angle BAC=\angle PAC=60^\circ$,求 $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{AC}$.



14. (13 分)[2026·北京理工附中测试] 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为棱 A_1D_1, CD 的中点,记 $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}, \overrightarrow{BA}=\boldsymbol{b}, \overrightarrow{BB_1}=\boldsymbol{c}$,满足 $\angle B_1BC=\angle B_1BA=\frac{\pi}{3}, \angle CBA=\frac{\pi}{2}, AB=BC=2, BB_1=3$.

- (1) 用 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{FE}$,并求 EF 的长度;
- (2) 求直线 AC 与 EF 所成角的余弦值.

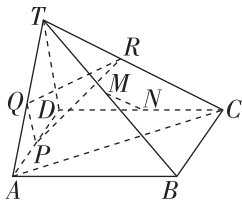


15. (14 分)如图,已知四棱锥 $T-ABCD$ 的底面是平行四边形,平面 α 与直线 AD, TA, TC 分别交于点 P, Q, R ,且 $\frac{AP}{AD}=\frac{TQ}{TA}=\frac{CR}{CT}=x$,点 M 在直线 TB 上, N 为 CD 的中点,且直线 $MN \parallel$ 平面 α .

- (1) 设 $\overrightarrow{TA}=\boldsymbol{a}, \overrightarrow{TB}=\boldsymbol{b}, \overrightarrow{TC}=\boldsymbol{c}$,试用基底 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 表示向量 $\overrightarrow{TD}$;

- (2) 证明:四面体 $TABC$ 中至少存在一个顶点,使从其出发的三条棱能构成三角形;

- (3) 证明:对所有满足条件的平面 α ,点 M 都落在某一条长为 $\frac{\sqrt{5}}{2}TB$ 的线段上.



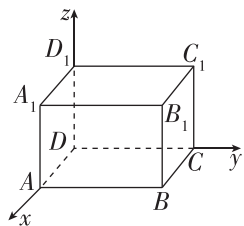
1.3 空间向量及其运算的坐标表示

1.3.1 空间直角坐标系

1.3.2 空间向量运算的坐标表示

基础巩固

1. [2026·北京京源学校测试] 如图,以长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为原点,过 D 的三条棱所在的直线为坐标轴,建立空间直角坐标系,若 $\overrightarrow{DB_1}=(4,3,2)$,则 A_1 的坐标是 ()



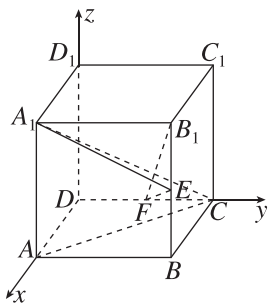
- A. $(0,3,2)$ B. $(0,4,2)$
C. $(4,0,2)$ D. $(2,3,4)$
2. [2025·北京理工附中测试] 已知点 $P(3,-1,-2)$,则点 P 关于 z 轴的对称点的坐标为 ()
A. $(3,1,-2)$ B. $(-3,1,2)$
C. $(-3,-1,-2)$ D. $(-3,1,-2)$
3. [2025·丰台期末] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,0,0)$, $\boldsymbol{b}=(0,-1,1)$,则 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}=\quad$ ()
A. $(1,-2,2)$ B. $(1,2,-2)$
C. $(1,-2,-2)$ D. $(-1,-2,2)$
4. [2026·北京陈经纶中学测试] 在空间直角坐标系中, $A(1,-2,-3)$, $B(-1,-1,-1)$, $C(0,0,-5)$,则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()
A. 锐角三角形 B. 直角三角形
C. 钝角三角形 D. 不确定
5. [2025·东城期末] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,-2,2)$, $\boldsymbol{b}=(3,k,6)$,若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$,则实数 k 的值为 ()
A. 6 B. 2
C. -2 D. -6
6. [2026·北京北师大附属实验学校测试] 设 $x,y\in\mathbf{R}$,向量 $\boldsymbol{m}=(x,1,1)$, $\boldsymbol{n}=(1,y,1)$, $\boldsymbol{a}=(2,-4,2)$,且 $\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{n}\parallel\boldsymbol{a}$,则 $x+y=\quad$ ()
A. -1 B. -2
C. 1 D. 2

7. [2026·房山期中] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中,已知点 $A(0,2,-1)$, $B(1,0,1)$, $C(-1,4,-3)$,则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\quad$.
8. [2026·北京八一学校测试] 已知 O 为坐标原点, $\overrightarrow{OA}=(2,3,-1)$, $\overrightarrow{OB}=(-2,1,3)$,则 $\cos\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\rangle$ 的值为 $\quad$;在 $\triangle AOB$ 中, AB 边上中线的长为 $\quad$.
9. [2026·北京北师大附属实验学校测试] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(0,1,-2)$, $\boldsymbol{b}=(1,0,1)$, $\boldsymbol{c}=(2,k,0)$.
(1)若 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$,求 k 的值;
(2)若 $(\boldsymbol{a}+t\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{c}$,求 k,t 的值.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

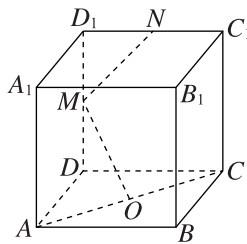
10. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E, F 分别为棱 BB_1, DC 的中点, 建立空间直角坐标系, 如图所示.

- (1) 写出正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 各顶点的坐标 (不需写出计算过程);
- (2) 写出向量 $\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{B_1F}, \overrightarrow{A_1E}$ 的坐标 (不需写出计算过程);
- (3) 求向量 $\overrightarrow{A_1C}$ 在向量 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影向量的坐标.



综合提升

11. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是底面 $ABCD$ 的中心, M, N 分别是棱 DD_1, D_1C_1 的中点, 则直线 OM ()



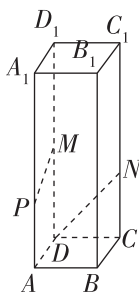
- A. 与 AC, MN 都垂直
- B. 垂直于 AC , 但不垂直于 MN
- C. 垂直于 MN , 但不垂直于 AC
- D. 与 AC, MN 都不垂直

12. [2025·北京第八十中学测试] 在空间直角坐标系中, 已知三点 $O(0,0,0), A(1,2,1), B(1,-1,0)$, 若点 C 在平面 OAB 内, 则点 C 的坐标可能是 ()

- A. $(-1,-1,3)$ B. $(3,0,1)$
- C. $(1,1,2)$ D. $(1,-1,2)$

13. [2025·东城期末] 已知 a, b, c, d 均为空间向量, 其中 $a=(1,0,0), b=(0,1,0), c=(0,0,1)$, 若从 a, b, c, d 这 4 个向量中任取 3 个向量, 均能构成空间的一个基底, 则向量 d 的坐标可以为 _____.

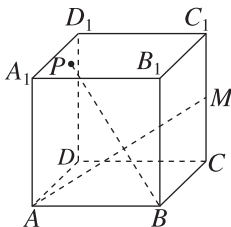
14. [2026·西城期中] 如图, 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=3AB, \overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DD_1}, \overrightarrow{CN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CC_1}, \overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AA_1} (0\leq\lambda\leq 1)$, 设直线 PM 与 DN 所成角的大小为 θ .



① 当 $\lambda=\frac{1}{3}$ 时, $\cos \theta=$ _____;

② 若 $\frac{\pi}{3}\leq\theta\leq\frac{\pi}{2}$, 则 λ 的取值范围是 _____.

15. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 6, 点 M 为 CC_1 的中点, 点 P 为底面 $A_1B_1C_1D_1$ 上的动点, 且满足 $BP\perp AM$, 则点 P 的轨迹长度为 _____.



1.4 空间向量的应用

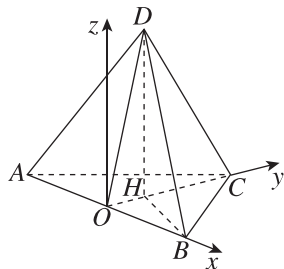
1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系

第1课时 空间中点、直线和平面的向量表示

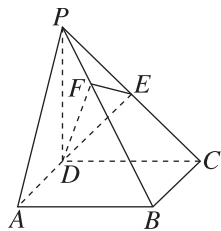
基础巩固

- 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, Oyz 平面的一个法向量的坐标可以是 ()
A. $(0,0,1)$ B. $(0,1,0)$
C. $(1,0,0)$ D. $(1,1,1)$
- 若 $A(0,1,2), B(2,5,8)$ 在直线 l 上, 则直线 l 的一个方向向量为 ()
A. $(3,2,1)$ B. $(1,3,2)$
C. $(2,1,3)$ D. $(1,2,3)$
- 已知 $A(1,2,1), B(0,1,2), C(3,1,1)$, 若平面 ABC 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,1)$, 则 $\boldsymbol{n}=()$
A. $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1)$ B. $(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, 1)$
C. $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1)$ D. $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, 1)$
- 若 $\boldsymbol{\mu}=(2,-3,1)$ 是平面 α 的一个法向量, 则下列向量中能作为平面 α 的法向量的是 ()
A. $(0,-3,1)$
B. $(2,0,1)$
C. $(-2,-3,1)$
D. $(-2,3,-1)$
- 已知点 $P(1,2,3)$ 沿着向量 $\boldsymbol{v}=(-1,2,2)$ 的方向移动到点 Q , 且 $|\overrightarrow{PQ}|=6$, 则点 Q 的坐标为 ()
A. $(0,0,-1)$ B. $(3,-2,-1)$
C. $(-1,6,7)$ D. $(-2,4,4)$
- [2024·北京延庆一中测试] 已知空间中三点 $A(0,1,0), B(2,2,0), C(-1,3,1)$, 则 ()
A. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 是共线向量
B. 与 $\overrightarrow{AB}$ 同向的单位向量是 $(\frac{2\sqrt{5}}{5}, -\frac{\sqrt{5}}{5}, 0)$
C. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 夹角的余弦值是 $\frac{\sqrt{55}}{11}$
D. 平面 ABC 的一个法向量是 $(1,-2,5)$
- [2025·大兴期中] 已知平面 α 过点 $O(0,0,0), A(2,2,0), B(0,0,2)$ 三点, 直线 l 与平面 α 垂直, 则直线 l 的一个方向向量的坐标可以是_____.

8. 如图, 在放置于空间直角坐标系中棱长为 2 的正四面体 $ABCD$ 中, H 是底面的中心, $DH \perp$ 平面 ABC , 写出:



- (1) 直线 BC 的一个方向向量: _____;
(2) 直线 OD 的一个方向向量: _____;
(3) 平面 BHD 的一个法向量: _____.
9. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $PD=AD=DC$, 底面 $ABCD$ 为正方形, E 为 PC 的中点, 点 F 在棱 PB 上, 当点 F 在何位置时, $\overrightarrow{PB}$ 为平面 DEF 的一个法向量?



班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	

综合提升

10. 在空间直角坐标系中,已知 $A(2,0,0), B(0,2,0), C(0,0,2)$,则下列点中在平面 ABC 内的为 ()

A. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$ B. $(2,0,2)$
C. $(1,2,0)$ D. $(2,2,2)$

11. 阅读下面材料:在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中,过点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 且一个法向量为 $\mathbf{m} = (a, b, c)$ 的平面 α 的方程为 $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$,过点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 且方向向量为 $\mathbf{n} = (u, v, w) (uvw \neq 0)$ 的直线 l 的方程为 $\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v} = \frac{z - z_0}{w}$. 根据上述材料,解决下面问题:直线 l 是两个平面 $x - 2y + 2 = 0$ 与 $2x - z + 1 = 0$ 的交线,则 l 的一个方向向量是 ()

A. $(2, 1, 4)$ B. $(1, 3, 5)$
C. $(1, -2, 0)$ D. $(2, 0, -1)$

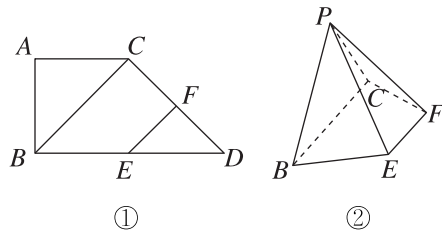
12. 已知 $A(0, 2, \frac{19}{8}), B(1, -1, \frac{5}{8}), C(-2, 1, \frac{5}{8})$, 设平面 ABC 的法向量为 $\mathbf{a} = (x, y, z)$, 则 $x : y : z =$ _____.

13. [2025 · 北京清华附中测试] 已知平面 α 的一个法向量是 $\mathbf{n} = (1, -1, 2)$, 且点 $A(0, 3, 1)$ 在平面 α 上, 若 $P(x, y, z)$ 是平面 α 上任意一点, 则向量 $\overrightarrow{AP} =$ _____, 点 P 的坐标满足的方程是 _____.

14. 如图①, 在四边形 $ABDC$ 中, $\angle BAC = \angle BCD = 90^\circ, AB = AC, BC = CD, E, F$ 分别是边 BD (不包括端点), CD (不包括端点) 上的点, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 翻折, 将 $\triangle DEF$ 沿 EF 翻折, 使得点 D 与点 A 重合于点 P , 且平面 $PBC \perp$ 平面 $BCFE$, 如图②.

(1) 求证: $CF \perp PB$;

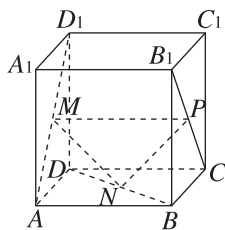
(2) 求平面 PEF 的一个法向量.



第2课时 空间中直线、平面的平行

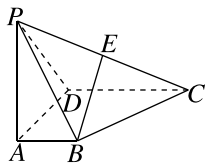
基础巩固

- 已知直线 l_1 的一个方向向量为 $\mathbf{v}_1 = (1, 2, 3)$, 直线 l_2 的一个方向向量为 $\mathbf{v}_2 = (\lambda, 4, 6)$, 若 $l_1 \parallel l_2$, 则 $\lambda =$ ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- [2026 · 北京清华附中测试] 已知 $A(2, 4, 1)$, $B(1, 2, x)$, 平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (1, 1, 1)$, 若 $AB \parallel$ 平面 α , 则 $x =$ ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- [2024 · 昌平期中] 设平面 α, β 的一个法向量分别为 $\mathbf{m} = (1, -2, 3)$, $\mathbf{n} = (-3, y, z)$, 若 $\alpha \parallel \beta$, 则 $y + z =$ ()
A. -3 B. 3
C. 15 D. -15
- [2026 · 北京一六一中学测试] 空间直角坐标系中, 平行四边形 $ABCD$ 的三个顶点为 $A(1, 2, 3)$, $B(2, -1, 0)$, $C(-1, 2, 0)$, 则顶点 D 的坐标为 ()
A. $(0, -1, -3)$ B. $(-2, 5, 3)$
C. $(4, -1, 3)$ D. $(3, -2, 0)$
- [2025 · 北京北师大附属实验学校测试] 已知 $\mathbf{n}$ 为平面 α 的法向量, l 为一条直线, $\mathbf{m}$ 为直线 l 的方向向量, 则“ $\mathbf{m} \perp \mathbf{n}$ ”是“ $l \parallel \alpha$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 已知空间中两条不同的直线 l, m , 两个不同的平面 α, β , 则下列说法中正确的是 ()
A. 若直线 l 的一个方向向量为 $\mathbf{a} = (1, -1, 2)$, 直线 m 的一个方向向量为 $\mathbf{b} = (2, -2, 4)$, 则 $l \parallel m$
B. 若直线 l 的一个方向向量为 $\mathbf{a} = (0, 1, -1)$, 平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (1, -1, -1)$, 则 $l \parallel \alpha$
C. 若平面 α, β 的一个法向量分别为 $\mathbf{n}_1 = (0, 1, 3)$, $\mathbf{n}_2 = (1, 0, 2)$, 则 $\alpha \parallel \beta$
D. 若平面 α 经过 $A(1, 0, -1)$, $B(0, -1, 0)$, $C(-1, 2, 0)$ 三点, 向量 $\mathbf{n} = (1, u, t)$ 是平面 α 的一个法向量, 则 $u + t = 1$
- [2025 · 通州期中] 已知向量 $\mathbf{a} = (1, -2, 4)$, $\mathbf{b} = (2, 4x, y + 1)$ 分别是直线 l_1, l_2 的一个方向向量, 若 $l_1 \parallel l_2$, 则 $x + y =$ _____.
- 若 $\mathbf{a} = (x, 2y - 1, -\frac{1}{4})$ 是平面 α 的一个法向量, 且 $\mathbf{b} = (-1, 2, 1)$, $\mathbf{c} = (3, \frac{1}{2}, -2)$ 均与平面 α 平行, 则向量 $\mathbf{a} =$ _____.
- 如图所示, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N, P 分别是 AD_1, BD, B_1C 的中点, 利用向量法求证:
(1) $MN \parallel$ 平面 CC_1D_1D ;
(2) 平面 $MNP \parallel$ 平面 CC_1D_1D .

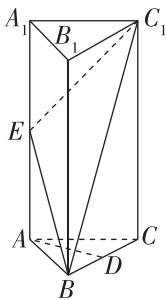


班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	

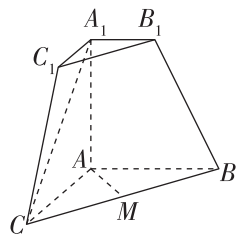
10. 如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AD \perp AB$, $AB \parallel DC$, $AD = DC = AP = 2$, $AB = 1$, E 为棱 PC 的中点,求证: $BE \parallel$ 平面 PAD .



13. [2025 · 北京陈经纶中学测试] 如图,在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = 2$, $AA_1 = 4$, $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AA_1}$, D 为 BC 的中点. 当 $AD \parallel$ 平面 BC_1E 时, $\lambda =$ _____.

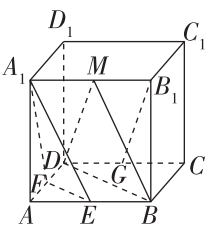


14. [2025 · 北京北师大附属实验学校测试] 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为正方形, $PA = AB = 2$, 点 E, F 分别为 CD, CP 的中点, 点 T 为 $\triangle PAB$ 内的一个动点 (包括边界), 若 $CT \parallel$ 平面 AEF , 则点 T 的轨迹的长度为 _____.
15. [2026 · 北京人大附中测试] 如图,在直角梯形 AA_1B_1B 中, $\angle A_1AB = 90^\circ$, $A_1B_1 \parallel AB$, $AB = AA_1 = 2A_1B_1 = 2$. 直角梯形 AA_1C_1C 通过直角梯形 AA_1B_1B 以直线 AA_1 为轴旋转得到, 且平面 $AA_1C_1C \perp$ 平面 AA_1B_1B , 得到三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$, M 为棱 BC 的中点, P 为棱 BB_1 上的动点. 是否存在点 P , 使得直线 $A_1C \parallel$ 平面 AMP ? 请说明理由.



综合提升

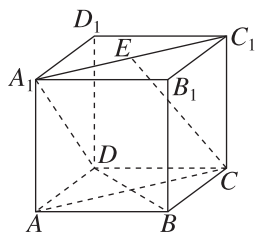
11. 若平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (2, -3, 1)$, $\overrightarrow{AB} = (1, 0, -2)$, $\overrightarrow{AC} = (1, 1, 1)$, 且平面 α 与平面 ABC 不重合, 则 ()
- A. 平面 $\alpha \parallel$ 平面 ABC
 B. 平面 $\alpha \perp$ 平面 ABC
 C. 平面 α 与平面 ABC 相交但不垂直
 D. 以上均有可能
12. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G, M 均是所在棱的中点, 则下列说法中错误的是 ()
- A. $B_1G \parallel DM$
 B. $B_1G \parallel$ 平面 A_1EF
 C. 平面 $BDM \parallel$ 平面 A_1EF
 D. $B_1G \parallel A_1F$



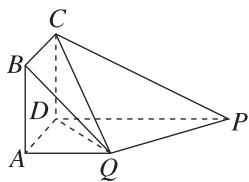
第3课时 空间中直线、平面的垂直

基础巩固

- [2024·东城期末] 已知空间中直线 l 的一个方向向量为 $\mathbf{a} = (1, 2, 4)$, 平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (2, 4, 8)$, 则 ()
 A. 直线 l 与平面 α 平行
 B. 直线 l 在平面 α 内
 C. 直线 l 与平面 α 垂直
 D. 直线 l 与平面 α 不相交
- [2025·北京第八十中学测试] 已知 $\mathbf{m} = (-2, t, 5)$, $\mathbf{n} = (3, -2, t)$ 分别是平面 α, β 的法向量, 且 $\alpha \perp \beta$, 则 t 的值为 ()
 A. 1
 B. 2
 C. -1
 D. -2
- [2026·北京牛栏山一中测试] 已知直线 l 经过点 $A(1, 1, 2), B(0, 1, 0)$, 平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (-2, 0, -4)$, 则 ()
 A. $l \parallel \alpha$
 B. $l \perp \alpha$
 C. $l \subset \alpha$
 D. l 与 α 相交, 但不垂直
- 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 是平面 α 内的两个不相等的非零向量, 非零向量 $\mathbf{c}$ 是直线 l 的一个方向向量, 则“ $\mathbf{c} \cdot \mathbf{a} = 0$ 且 $\mathbf{c} \cdot \mathbf{b} = 0$ ”是“ $l \perp \alpha$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 A_1C_1 的中点, 则直线 CE 垂直于 ()
 A. AC
 B. BD
 C. A_1D
 D. A_1A



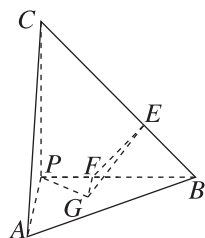
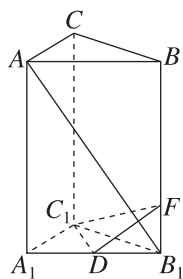
第5题图



第6题图

- 如图, 四边形 $ABCD$ 为正方形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $PD \parallel QA$, $QA = AB = \frac{1}{2}PD$, 则平面 PQC 与平面 DCQ 的位置关系为 ()
 A. 平行
 B. 垂直
 C. 相交但不垂直
 D. 不确定

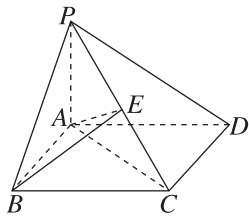
- [2025·延庆期中] 若平面 $\alpha \perp \beta$, 平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n}_1 = (1, 2, 3)$, 平面 β 的法向量为 $\mathbf{n}_2 = (x, y, 0)$, 则平面 β 的一个法向量的坐标为 _____.
- [2024·北京清华附中测试] 直线 m 的方向向量为 $\mathbf{m} = (1, -2, \lambda)$, 直线 n 的一个方向向量为 $\mathbf{n} = (-2, 4, 5)$, 平面 α 的法向量为 $\mathbf{k} = (\mu, -8, \gamma)$, 若 $m \perp n, n \perp \alpha$, 则 λ, μ, γ 的值依次为 _____.
- 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧棱长为 2, $AC = BC = 1$, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 A_1B_1 的中点, F 是棱 BB_1 上的动点, 要使 $AB_1 \perp$ 平面 C_1DF , 则线段 B_1F 的长为 _____.
- 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 三条侧棱 PA, PB, PC 两两垂直, 且 $PA = PB = PC = 3$, G 是 $\triangle PAB$ 的重心, E, F 分别为棱 BC, PB 上的点, 且 $BE : EC = PF : FB = 1 : 2$. 求证:
 (1) 平面 $GEF \perp$ 平面 PBC ;
 (2) EG 与直线 PG 和 BC 都垂直.



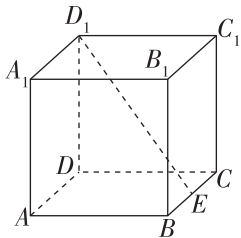
班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
11	
12	
13	
14	

综合提升

11. 如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是平行四边形,且 $AB=1, BC=2, \angle ABC=60^\circ, PA \perp$ 平面 $ABCD, AE \perp PC$ 于 E . 给出下列四个结论:
 ① $AB \perp AC$; ② $AB \perp$ 平面 PAC ; ③ $PC \perp$ 平面 ABE ; ④ $PC \perp BE$. 其中正确结论的个数是 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

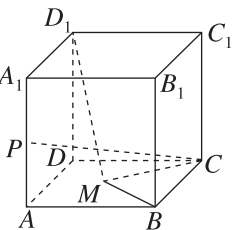


12. [2024 · 北京人大附中测试] 如图,在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 BC 的中点,点 P 在正方体表面上移动(不与 B_1 重合),且满足 $B_1P \perp D_1E$,则满足条件的所有点 P 构成的图形的周长是_____.

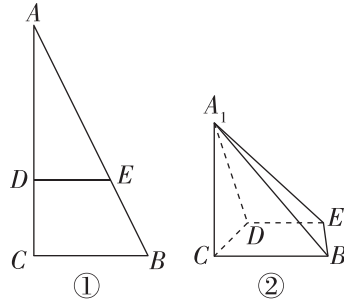


13. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD, AD \parallel BC, AD=AB=AC=5, BC=6, AP=4$, E 为 PB 的中点, F 为棱 PD 上一点,则当 $CF \perp AE$ 时, $\frac{PF}{FD} =$ _____.

14. 如图,已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4, P 是 AA_1 的中点,点 M 在侧面 AA_1B_1B 内(含边界),若 $D_1M \perp CP$,则 $\triangle BCM$ 的面积的最小值为_____.



15. [2025 · 北京人大附中测试] 如图①,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, BC=3, AC=6, D, E$ 分别是 AC, AB 上的点,且 $DE \parallel BC, DE=2$. 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置,使 $A_1C \perp CD$,得到四棱锥 A_1-BCDE ,如图②.



- (1) 求证: $A_1C \perp$ 平面 $BCDE$.
 (2) 在棱 BC 上是否存在点 P ,使平面 A_1DP 与平面 A_1BE 垂直? 说明理由.